



**Câu 1:** Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$ ,  $AA' = 3a$ . Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(A'B'C')$

- A.  $2a$ . B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . C.  $3a$ . D.  $a$ .

**Câu 2:** Phần ảo của số phức  $z = -3 + 2i$  là

- A.  $-2$ . B.  $3$ . C.  $2$ . D.  $-3$ .

**Câu 3:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  là

- A.  $\ln|x+1| + C$ . B.  $\frac{-1}{(x+1)^2} + C$ . C.  $\frac{1}{x+1} + C$ . D.  $\ln|x+2| + C$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại điểm

- A.  $y = 3$ . B.  $x = 1$ . C.  $y = -1$ . D.  $x = 3$ .

**Câu 5:** Gọi  $z_1; z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 2z + 2 = 0$ . Tính  $M = z_1^4 + z_2^4$ .

- A.  $M = -8i$ . B.  $M = 8$ . C.  $M = -8$ . D.  $M = 8i$ .

**Câu 6:** Hệ số của số hạng chứa  $x^6$  trong khai triển nhị thức NiuTôn của  $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$  bằng:

- A. 252. B. 210. C. 165. D. 792.

**Câu 7:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , góc giữa 2 đường thẳng  $AB'$  và  $BC'$  bằng

- A.  $60^\circ$ . B.  $45^\circ$ . C.  $90^\circ$ . D.  $30^\circ$ .

**Câu 8:** Hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$ , chiều cao bằng  $3a$ . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

- A.  $6\pi a^2$ . B.  $3\pi a^2$ . C.  $9\pi a^2$ . D.  $4\pi a^2$ .

**Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;3)$ , điểm  $B$  đối xứng với điểm  $A$  qua mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là

- A.  $(1;2;-3)$ . B.  $(-1;-2;-3)$ . C.  $(1;-2;3)$ . D.  $(1;2;3)$ .

**Câu 10:** Số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4 là

- A. 24. B. 32. C. 12. D. 64.

**Câu 11:** Bác An gửi ngân hàng 155 triệu đồng, với lãi suất 1,02% một quý. Hỏi sau một năm số tiền lãi bác An nhận được là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 1581000. B. 6421000. C. 161421000. D. 6324000.

**Câu 12:** Tập nghiệm của bất phương trình:  $\pi^{3x} \geq \pi^{x-4}$  là:

- A.  $(-2; +\infty)$ . B.  $(-\infty; -2]$ . C.  $[2; +\infty)$ . D.  $[-2; +\infty)$ .

**Câu 13:** Với  $a, b$  là các số thực dương bất kì, mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\log_{\frac{1}{5}} a > \log_{\frac{1}{5}} b \Leftrightarrow a > b$ . B.  $\log_5 a > 1 \Leftrightarrow a > 5$ .  
C.  $\log_5 a = \log_5 b \Leftrightarrow a = b$ . D.  $\log_5 a > \log_5 b \Leftrightarrow a > b$ .

**Câu 14:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  có phương trình : 
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Đường thẳng  $d'$  song song với  $d$  có một vec tơ chỉ phương là:

- A.  $\vec{u} = (-2; 3; 0)$ .      B.  $\vec{u} = (-1; 2; 1)$ .      C.  $\vec{u} = (2; 3; 1)$ .      D.  $\vec{u} = (-2; -3; 1)$ .

**Câu 15:** Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

- A.  $y = \frac{3x+1}{x-5}$ .      B.  $y = \frac{x^2+x+2}{x-2}$ .      C.  $y = x^4 + 3x^2 - 2$ .      D.  $y = \sqrt{x^2 - 3x + 1}$ .

**Câu 16:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+2}$  bằng

- A. 2.      B. 3.      C. -1.      D. 1.

**Câu 17:** Thể tích của khối lập phương có độ dài cạnh bằng  $2a$  là:

- A.  $V = \frac{a^3}{3}$ .      B.  $V = a^3$ .      C.  $V = \frac{8a^3}{3}$       D.  $V = 8a^3$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$-1$	$+\infty$	
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$		$0$		$+\infty$	$+\infty$
		$\nearrow$	$\searrow$		$\searrow$	$\nearrow$
			$-\infty$		$2$	

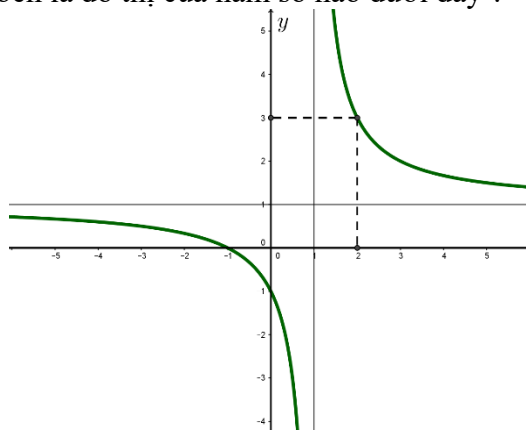
Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là

- A. 3.      B. 1.      C. 2.      D. 0.

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) là

- A.  $S = \int_a^b f^2(x) dx$ .      B.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .      C.  $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .      D.  $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .

**Câu 20:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



- A.  $y = \frac{2x-3}{2x-2}$ .      B.  $y = \frac{x}{x-1}$ .      C.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .      D.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

**Câu 21:** Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x + \frac{4}{x}$  trên  $[1; 3]$  bằng

- A. 6.      B.  $\frac{65}{3}$ .      C. 20.      D.  $\frac{52}{3}$ .

**Câu 22:** Tích phân  $\int_0^2 (x^2 - 3x) dx$  bằng

- A.  $\frac{10}{3}$ .      B.  $-\frac{10}{3}$ .      C.  $\frac{7}{3}$ .      D. 12.

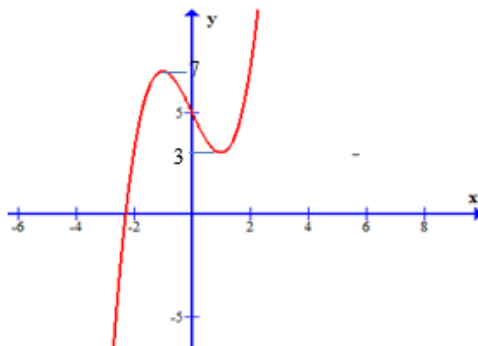
**Câu 23:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng cắt nhau (P):  $2x - y + 3z + 1 = 0$  và (Q):  $x - y + z + 5 = 0$ . Đường thẳng  $d$  là giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình là:

A.  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z-1}{-1}$ . B.  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z}{1}$ . C.  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z}{-1}$ . D.  $\frac{x-4}{2} = \frac{y+9}{1} = \frac{z}{-1}$ .

**Câu 24:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-1; 2; -3)$ . Gọi B, C, D lần lượt là hình chiếu của A trên các trục  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ . Mặt phẳng (BCD) có phương trình là:

A.  $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 0$ . B.  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ . C.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ . D.  $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình  $f(x) - 6 = 0$  là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

**Câu 26:** Gọi  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình  $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$ . Khi đó tích  $x_1 \cdot x_2$  bằng:

- A. 2. B. -1. C. 1. D. -2.

**Câu 27:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(0;1;1)$ , vuông góc

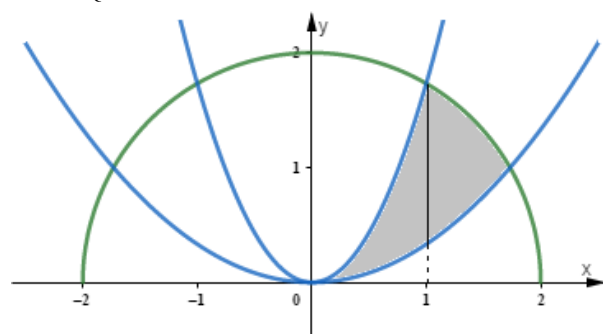
với đường thẳng  $(d_1): \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 \end{cases}$  và cắt đường thẳng  $(d_2): \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ . Phương trình của  $\Delta$  là:

A.  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 - t \end{cases}$ . B.  $\begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \\ z = 1 + t \end{cases}$ . C.  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ . D.  $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 2 - t \end{cases}$ .

**Câu 28:** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi

hai parabol  $y = \frac{x^2}{3}$ ;  $y = \sqrt{3}x^2$ , cung tròn có

phương trình  $y = \sqrt{4 - x^2}$  (với  $0 \leq x \leq 2$ ) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



A.  $\frac{\pi}{3}$ . B.  $\frac{\pi}{6}$ . C.  $\frac{2\pi}{3} + \frac{8}{9} + \frac{\sqrt{3}}{6}$ . D.  $\frac{2\pi}{3} - \frac{8}{9} - \frac{\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{khi } x \geq 1 \\ ax + b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$  có đạo hàm tại  $x = 1$  (với  $a, b \in \mathbb{R}$ ). Giá trị của biểu

thức  $P = 2a - 5b$  bằng:

- A. 51. B. 61. C. -21. D. 11.

**Câu 30:** Biết  $\int_0^1 \frac{x^2 + 6x + 4}{(x^2 + 1)(2x + 1)} dx = \frac{1}{a} \ln b + \frac{c\pi}{d}$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ ,  $b < 5$ , phân số  $\frac{c}{d}$  tối giản.

Tính  $P = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ .

- A.  $P = 42$ . B.  $P = 36$ . C.  $P = 38$ . D.  $P = 40$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật  $AB = a, AD = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$ ,

$(SAB) \perp (ABCD)$  và  $SA = SB = a$ . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$  là

- A.  $4\pi a^3$ .      B.  $\frac{4\pi}{3}a^3$ .      C.  $\frac{3\pi}{4}a^3$ .      D.  $3\pi a^3$ .

**Câu 32:** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$ ,  $I(1;2)$ . Tiếp tuyến  $\Delta$  của  $(C)$  cắt hai đường thẳng tiệm cận của đồ thị  $(C)$  lần lượt tại  $A$  và  $B$  sao cho chu vi tam giác  $IAB$  đạt giá trị nhỏ nhất (hoành độ tiếp điểm  $> 0$ ). Khoảng cách từ gốc tọa độ đến tiếp tuyến  $\Delta$  gần giá trị nào nhất?

- A. 4.      B. 6.      C. 3.      D. 5.

**Câu 33:** Có bao nhiêu giá trị nguyên nhỏ hơn hoặc bằng 9 của tham số  $m$  để phương trình

$$4^{x^2-2x+1} - m \cdot 2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0$$
 có bốn nghiệm phân biệt.

- A. 10.      B. 8.      C. 6.      D. 7.

**Câu 34:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0;1\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{1}{x(x-1)}$ ,  $f(-1) + f(2) = 0$  và

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ . Giá trị biểu thức  $f(-2) + f\left(\frac{1}{4}\right) + f(3)$  bằng:

- A.  $\ln 3 + 2$ .      B.  $\ln \frac{3}{2} + 2$ .      C.  $\ln \frac{2}{3} + 2$ .      D.  $\ln 2 + 3$ .

**Câu 35:** Số giá trị  $m$  nguyên nhỏ hơn 5 để trên đoạn  $[-4;4]$  hàm số  $y = \frac{(m+1)x}{x^2+4}$  đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 2$  là:

- A. 5.      B. 6.      C. 7.      D. 15.

**Câu 36:** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $\frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$ . Tính  $P = \frac{a}{b}$

- A.  $P = \frac{3}{5}$ .      B.  $P = \frac{1}{5}$ .      C.  $P = 5$ .      D.  $P = -\frac{1}{5}$ .

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = -x + m$  cắt đồ thị  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  đều có hoành độ âm.

- A.  $m < 3$ .      B.  $m < -1$ .      C.  $m \leq -1$ .      D.  $m > 3$ .

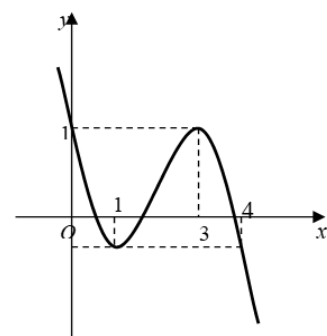
**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$  cạnh bằng  $a$ ,  $SO$  vuông góc với đáy. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SA$  và  $BC$ . Tính góc giữa đường thẳng  $MN$  với mặt phẳng  $(ABCD)$ , biết  $MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}$ .

- A.  $90^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 39:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cdot \cos x) = m \cdot \sin^2 x$  có đúng hai nghiệm  $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$  là  $(a; b]$ . Giá trị của  $a+b$  là:

- A. -1.      B.  $\frac{5}{2}$ .      C.  $\frac{-3}{2}$ .      D. 0.

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$  có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ. Gọi  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ . Số nghiệm của phương trình  $[f(x)]^3 - 6[f(x)]^2 + 9f(x) - 3 = 0$  là:



- A. 2.      B. 5.      C. 7.      D. 9.

**Câu 41:** Tứ diện ABCD có  $\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 90^\circ$ ,  $\widehat{CAD} = 120^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $AC = 4$ ,  $AD = 6$  có thể tích là:

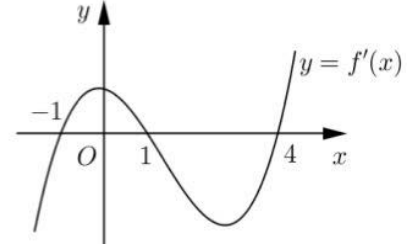
- A.  $8\sqrt{2}$ .      B.  $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ .      C. 64.      D.  $4\sqrt{2}$ .

**Câu 42:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\log_2 u_1^2 - \sqrt{\log_2 u_1 + 1} = 4$  và  $u_{n+1} = u_n + \left(\frac{1}{2}\right)^n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Tổng các giá trị của  $n$  để  $u_n < \frac{899}{100}$  bằng:

- A. 28.      B. 21.      C. 36.      D. 45.

**Câu 43:** Cho hàm số  $y = f(x)$ , hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $y = f(x^2 + 1)$  có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 3.      B. 2.      C. 5.      D. 4.

**Câu 44:** Trong không gian  $Oxyz$ , Cho 3 đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ ,

$d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$ ,  $d_3: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ . Mặt phẳng (P) chứa  $d_3$  và cắt  $d_1, d_2$  tại hai điểm

phân biệt A, B sao cho đoạn thẳng AB ngắn nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm

- A. (0;5;-2).      B. (7;-2;-4).      C. (1;-3;3).      D. (2;1;-4).

**Câu 45:** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2;11;-5)$  và mặt phẳng(P) có phương trình:  $2mx + (m^2 + 1)y + (m^2 - 1)z - 10 = 0$ . Biết khi m thay đổi thì tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với (P) và cùng đi qua A. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó là:

- A.  $4\sqrt{2}$ .      B.  $5\sqrt{3}$ .      C.  $6\sqrt{3}$ .      D.  $12\sqrt{2}$ .

**Câu 46:** Cho các số phức  $z_1 = 1$ ,  $z_2 = 2 - 3i$  và số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 - i| + |z - 3 + i| = 2\sqrt{2}$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ . Tính tổng  $S = M + m$ ?

- A.  $S = \sqrt{10} + 2\sqrt{5}$ .      B.  $S = 1 + \sqrt{10} + \sqrt{17}$ .      C.  $S = 5 - \sqrt{17}$ .      D.  $S = 5 + \sqrt{17}$ .

**Câu 47:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Gọi M là trung điểm của  $B'C'$ , biết  $AB' \perp A'M$  và  $AB' = AM$ . Cạnh bên  $AA'$  tạo với đáy một góc bằng  $60^\circ$ . Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng  $(BCC'B')$  và  $(A'B'C')$ .

- A.  $\frac{\sqrt{13}}{8}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\sqrt{3}$ .      D.  $\frac{\sqrt{13}}{2}$ .

**Câu 48:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Tính xác suất để số được lập chia hết cho 1111.

- A.  $\frac{1}{105}$ .      B.  $\frac{1}{210}$ .      C.  $\frac{3}{105}$ .      D.  $\frac{11}{126}$ .

**Câu 49:** Cho bát diện đều  $ABCDEF$  có các cạnh bằng 1. Dựng điểm  $E'$  sao cho  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EE'}$ ,  $B'$  là điểm đối xứng với B qua trung điểm của cạnh DE. Thể tích của khối đa diện  $BFB'EE'A$  bằng:

- A.  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{2}}{12}$ .      C.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ .      D.  $\sqrt{2}$ .

**Câu 50:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[0;1]$  thỏa mãn  $f(1) = 0$ ,  $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{3}{2} - 2\ln 2$

và  $\int_0^1 \frac{f(x)}{(x+1)^2} dx = 2\ln 2 - \frac{3}{2}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- A.  $\frac{1 - \ln 2}{2}$ .      B.  $\frac{1 - 2\ln 2}{2}$ .      C.  $\frac{3 - 4\ln 2}{2}$ .      D.  $\frac{3 - 2\ln 2}{2}$ .

----- HẾT -----

	Đáp án mã đề	Đáp án mã đề	Đáp án mã đề	Đáp án mã đề
STT	132	209	357	485
1	C	A	B	A
2	C	B	D	B
3	A	D	D	D
4	B	C	C	C
5	C	D	B	A
6	B	B	C	D
7	A	B	B	C
8	A	C	C	D
9	C	A	A	A
10	A	A	D	D
11	B	C	A	A
12	D	A	A	B
13	A	C	C	D
14	D	D	A	B
15	A	A	D	A
16	B	D	A	A
17	D	C	A	C
18	B	C	D	B
19	B	B	D	C
20	D	D	B	A
21	C	A	D	D
22	B	C	D	B
23	C	A	B	B
24	D	B	B	D
25	A	B	B	B
26	C	D	D	D
27	A	D	D	B
28	A	D	C	C
29	D	D	B	A
30	C	D	C	B
31	B	A	B	A
32	D	B	C	C

<b>33</b>	D	C	D	D
<b>34</b>	A	A	A	B
<b>35</b>	B	A	B	C
<b>36</b>	A	B	C	B
<b>37</b>	B	B	A	C
<b>38</b>	C	C	C	C
<b>39</b>	C	A	B	B
<b>40</b>	B	A	A	D
<b>41</b>	D	C	D	A
<b>42</b>	A	B	C	A
<b>43</b>	A	D	A	C
<b>44</b>	C	C	A	D
<b>45</b>	D	B	D	C
<b>46</b>	D	D	C	A
<b>47</b>	D	C	A	D
<b>48</b>	A	C	C	C
<b>49</b>	C	B	B	B
<b>50</b>	B	B	B	A

**ĐÁP ÁN CHI TIẾT THI THỬ TOÁN 12 LẦN 4**

1. Phần ảo của số phức  $z = -3 + 2i$  là

- ## Lời giải

**Chọn A**

2.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+2}$  bằng

- D. -1.**

## Lời giải

**Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-\frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}} = 3$$

3. Số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4 là

- D. 32.**

## Lời giải

## Chon A

Số các số tự nhiên cần lập là  $4.3.2 = 24$ .

4. Thể tích của khối lập phương có độ dài cạnh bằng  $2a$  là:

- D.**  $V = \frac{8a^3}{3}$ .

## Lời giải

**Chọn A**

Từ công thức tính thể tích khối lập phương suy ra.

5. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$y'$	+	0	-	0	+		
$y$	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại điểm

- D.**  $y = -1$ .

## Lời giải

**Chọn A**

Từ bảng biến thiên suy ra.

6. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ) là

- D.**  $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

### Lời giải

## Chon A

Từ công thức tính thể tích của hình phẳng suy ra

7. Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$-1$	$+\infty$	
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$		$0$		$+\infty$	

Diagram illustrating the phase portrait of the differential equation  $y' = x^2 - 2x - 3$ . The horizontal axis is  $x$  and the vertical axis is  $y$ . The critical points are at  $x = -3$  and  $x = -1$ . The flow is indicated by arrows: for  $x < -3$ ,  $y' > 0$  (upward); for  $-3 < x < -1$ ,  $y' < 0$  (downward); for  $x > -1$ ,  $y' > 0$  (upward). The trajectories approach the horizontal asymptotes  $y = 0$  and  $y = 2$  as  $x \rightarrow \pm\infty$ .



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra.

8. Với  $a, b$  là các số thực dương bất kì, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A.  $\log_5 a > 1 \Leftrightarrow a > 5$

B.  $\log_5 a = \log_5 b \Leftrightarrow a = b$

C.  $\log_{\frac{1}{5}} a > \log_{\frac{1}{5}} b \Leftrightarrow a > b$

D.  $\log_5 a > \log_5 b \Leftrightarrow a > b$

Lời giải

Chọn C

9. Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  là

A.  $\ln|x+1| + C$ .

B.  $\frac{-1}{(x+1)^2} + C$ .

C.  $\ln|x+2| + C$ .

D.  $\frac{1}{x+1} + C$ .

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x) dx = \int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C$$

10. Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 3)$ , điểm  $B$  đối xứng với điểm  $A$  qua mặt phẳng  $(Oxz)$  có tọa độ là

A.  $(1; -2; 3)$ .

B.  $(-1; -2; -3)$ .

C.  $(1; 2; 3)$ .

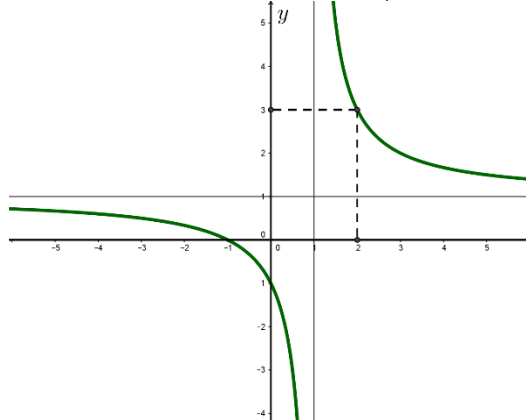
D.  $(1; 2; -3)$ .

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu của  $A$  trên  $(Oxz)$  là  $H(1; 0; 3)$ . Vì  $H$  là trung điểm của  $AB$  nên  $B(1; -2; 3)$ .

11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

B.  $y = \frac{x}{x-1}$ .

C.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .

D.  $y = \frac{2x-3}{2x-2}$

Lời giải

Chọn A

12. Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d$  có phương trình : 
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Đường thẳng  $d'$  song song với  $d$  có một vec tơ chỉ phương là:

A.  $\vec{u}_1 = (-2; -3; 1)$ .

B.  $\vec{u}_2 = (2; 3; 1)$ .

C.  $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$ .

D.  $\vec{u}_4 = (-2; 3; 0)$ .

**Lời giải****Chọn A**13. Tập nghiệm của bất phương trình:  $\pi^{3x} \geq \pi^{x-4}$  là:

**A.**  $[-2; +\infty)$ .

**B.**  $(-\infty; -2]$ .

**C.**  $[2; +\infty)$ .

**D.**  $(-2; +\infty)$ .

**Lời giải****Chọn A**

$$\pi^{3x} \geq \pi^{x-4} \Leftrightarrow 3x \geq x-4 \Leftrightarrow x \geq -2$$

14. Hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$ , chiều cao bằng  $3a$ . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

**A.**  $6\pi a^2$ .

**B.**  $3\pi a^2$ .

**C.**  $9\pi a^2$ .

**D.**  $4\pi a^2$ .

**Lời giải****Chọn A**

Từ công thức diện tích xung quanh của hình trụ.

15. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-1; 2; -3)$ . Gọi  $B, C, D$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Mặt phẳng  $(BCD)$  có phương trình là:

**A.**  $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$ .

**B.**  $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 0$ .

**C.**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ .

**D.**  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ .

**Lời giải****Chọn A**Ta có  $B(-1; 0; 0), C(0; 2; 0), D(0; 0; 3)$  suy ra phương trình  $(BCD)$  theo đoạn chắn là:  $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$ .

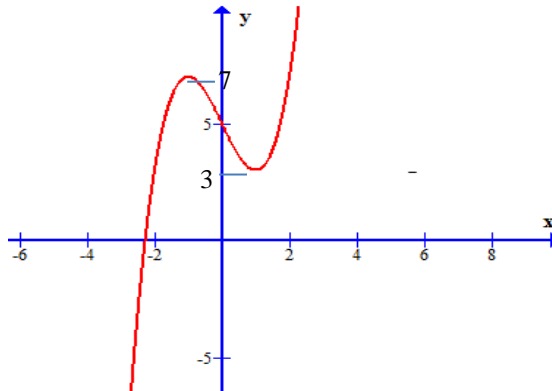
16. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

**A.**  $y = \frac{3x+1}{x-5}$ .

**B.**  $y = \frac{x^2+x+2}{x-2}$ .

**C.**  $y = x^4 + 3x^2 - 2$ .

**D.**  $y = \sqrt{x^2 - 3x + 1}$ .

**Lời giải****Chọn A**17. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽSố nghiệm của phương trình  $f(x) - 6 = 0$  là

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 1.

**D.** 4.

**Lời giải****Chọn A**

Từ đồ thị suy ra.

18. Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x + \frac{4}{x}$  trên  $[1; 3]$  bằng

**A.**  $\frac{65}{3}$ .

**B.** 20.

**C.** 6.

**D.**  $\frac{52}{3}$ .

**Lời giải****Chọn B**

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2(l) \end{cases}$$

$$f(1) = 5, f(3) = \frac{13}{3}, f(2) = 4 \Rightarrow \max f(x) = 5, \min f(x) = 4$$

19. Tích phân  $\int_0^2 (x^2 - 3x)dx$  bằng

A.  $-\frac{10}{3}$ .

B.  $\frac{10}{3}$ .

C. 12.

D.  $\frac{7}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\int_0^2 (x^2 - 3x)dx = \left( \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right) \Big|_0^2 = -\frac{10}{3}.$$

20. Gọi  $z_1; z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 2z + 2 = 0$ . Tính  $M = z_1^4 + z_2^4$ .

A.  $M = -8$ .

B.  $M = 8$ .

C.  $M = -8i$ .

D.  $M = 8i$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm i \Rightarrow M = (1+i)^4 + (1-i)^4 = -8$$

21. Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a, AA' = 3a$ . Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(A'B'C')$

A.  $2a$ .

B.  $3a$ .

C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

D.  $a$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

22. Bác An gửi ngân hàng 155 triệu đồng, với lãi suất 1,02% một quý. Hỏi sau một năm số tiền lãi bác An nhận được là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng nghìn).

A. 161421000.

B. 6324000.

C. 1581000.

D. 6421000.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Số tiền lãi bác An nhận được là } 155 \cdot 10^6 \cdot \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)^4 - 155 \cdot 10^6 \approx 6421000.$$

23. Hệ số của số hạng chứa  $x^6$  trong khai triển nhị thức NiuTon của  $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$  bằng:

A. 252

B. 210

C. 165

D. 792

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ khai triển nhị thức NiuTon xác định được hệ số  $x^6$  bằng 210.

24. Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng cắt nhau (P):  $2x - y + 3z + 1 = 0$  và (Q):  $x - y + z + 5 = 0$ . Đường thẳng  $d$  là giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình là:

A.  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z}{-1}$ . B.  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z}{1}$ . C.  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-9}{1} = \frac{z-1}{-1}$ . D.  $\frac{x-4}{2} = \frac{y+9}{1} = \frac{z}{-1}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

25. Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , góc giữa 2 đường thẳng  $AB'$  và  $BC'$  bằng

A.  $60^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $90^\circ$

D.  $30^\circ$

**Lời giải**

**Chọn A**

26. Gọi  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình  $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$ . Khi đó tích  $x_1 \cdot x_2$  bằng:

**A.** -1.

**B.** 1.

**C.** 2.

**D.** -2

**Lời giải:**

**Chọn B**

Điều kiện:  $0 < x \neq 1$ .

$$PT \Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{16} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{2^4} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4} \log_2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4 \log_x 2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4(\log_x 2)^2 - 1}{4 \log_x 2} = 0 \Leftrightarrow 4(\log_x 2)^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_x 2)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x 2 = \frac{1}{2} \\ \log_x 2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = x^{\frac{1}{2}} \\ 2 = x^{-\frac{1}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1.$$

27. Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = -x + m$

cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B đều có hoành độ âm.

**A.**  $m < 3$ .

**B.**  $m > 3$ .

**C.**  $m < -1$ .

**D.**  $m \leq -1$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng  $d$  và đồ thị (C) là:

$$\frac{2x-1}{x+1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 - (m-3)x - m - 1 = 0 \quad (1), \text{ với } x \neq -1$$

Đường thẳng  $d$  cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\text{khác } -1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 13 > 0 \\ 0 \cdot m - 3 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{đúng } \forall m)$$

Gọi  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$  là các nghiệm của phương trình (1), ta có

$$x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = m - 3 < 0 \\ x_1 x_2 = -m - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m < -1 \end{cases} \Rightarrow m < -1.$$

28. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $M(0;1;1)$ , vuông góc với đường

$$\text{thẳng } (d_1): \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 \end{cases} \text{ và cắt đường thẳng } (d_2): \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}. \text{ Phương trình của } \Delta \text{ là:}$$

**A.**  $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 2 - t \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \\ z = 1 + t \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$

**D.**  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 - t \end{cases}$

**Lời giải:**

**Chọn D**

$$(d_2): \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases} \text{ Gọi } B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B(2t; 1+t; t)$$

$$\vec{u}_\Delta = \vec{MB} = (2t; t; t-1)$$

$$\text{Do } \Delta \perp d_1 \Rightarrow \vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \Leftrightarrow (2t; t; t-1) \cdot (1; -1; 0) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (0; 0; -1).$$

$$\Delta: \begin{cases} M(0; 1; 1) \\ \vec{u}_\Delta = (0; 0; -1) \end{cases} \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 - t \end{cases}$$

29. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O cạnh bằng a, SO vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA và BC. Tính góc giữa đường thẳng MN với mặt phẳng (ABCD), biết

$$MN = \frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

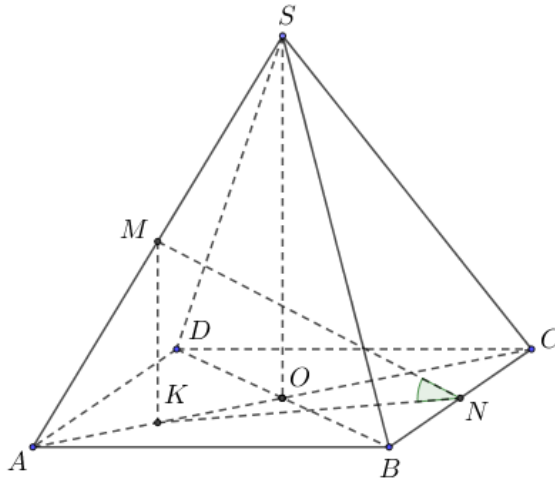
A.  $30^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .  
Lời giải

D.  $90^\circ$ .

Chọn C



Gọi K là trung điểm của AO thì  $MK \parallel SO \Rightarrow MK \perp (ABCD) \Rightarrow MK \perp KN$ .

$$\text{Ta có } KN^2 = CK^2 + CN^2 - 2CK \cdot CN \cdot \cos 45^\circ = \frac{9a^2}{8} + \frac{a^2}{4} - 2 \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5a^2}{8} \Rightarrow KN = \frac{a\sqrt{10}}{4}$$

$$\text{Đặt } \alpha = (\overrightarrow{MN}, (ABCD)) = \widehat{MNK} \text{ thì } \cos \alpha = \frac{KN}{MN} = \frac{a\sqrt{10}}{4} : \frac{a\sqrt{10}}{2} = \frac{1}{2}$$

30. Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{khi } x \geq 1 \\ ax + b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$  có đạo hàm tại điểm  $x = 1$  (với  $a, b \in \mathbb{R}$ ). Giá trị của biểu thức

$P = 2a - 5b$  bằng :

A. 51

B. 61

C. -21

D. 11

Lời giải:

Chọn D.

Để hàm số có đạo hàm tại điểm  $x = 1$  thì:

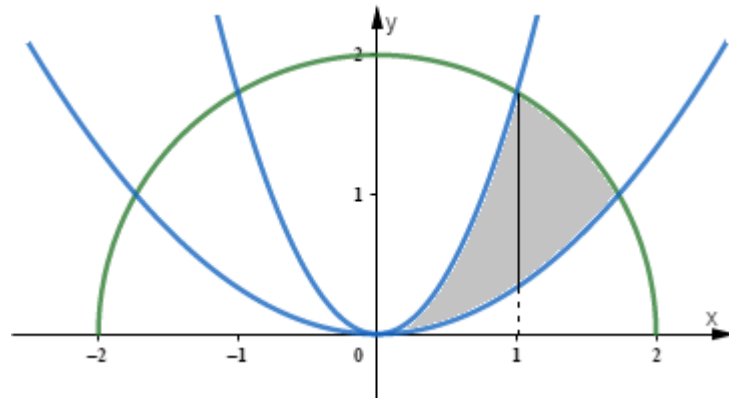
+) Hàm số phải liên tục tại điểm  $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow a + b = 2$$

$$+) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = a = 3. \text{ Suy ra } b = -1.$$

Vậy  $a = 3, b = -1, P = 11$ .

31. Cho  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol  $y = \frac{x^2}{3}$ ;  $y = \sqrt{3}x^2$ , cung tròn có phương trình  $y = \sqrt{4-x^2}$  (với  $0 \leq x \leq 2$ ) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của  $(H)$  bằng



- A.  $\frac{\pi}{6}$ .      B.  $\frac{\pi}{3}$ .      C.  $\frac{2\pi}{3} - \frac{8}{9} - \frac{\sqrt{3}}{6}$ .      D.  $\frac{2\pi}{3} + \frac{8}{9} + \frac{\sqrt{3}}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Xét các phương trình hoành độ giao điểm với  $0 \leq x \leq 2$

$$\frac{x^2}{3} = \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow \frac{x^4}{9} = 4-x^2 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}. \quad x^2\sqrt{3} = \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow 3x^4 = 4-x^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm bằng

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 \left( x^2\sqrt{3} - \frac{x^2}{3} \right) dx + \int_1^{\sqrt{3}} \left( \sqrt{4-x^2} - \frac{x^2}{3} \right) dx = \left( \frac{x^3\sqrt{3}}{3} - \frac{x^3}{9} \right) \Big|_0^1 + \int_1^{\sqrt{3}} \left( \sqrt{4-x^2} \right) dx - \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{3} dx \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{9} + \int_1^{\sqrt{3}} \left( \sqrt{4-x^2} \right) dx - \left( \frac{3\sqrt{3}}{9} - \frac{1}{9} \right) = \int_1^{\sqrt{3}} \left( \sqrt{4-x^2} \right) dx. \end{aligned}$$

Đặt  $x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$ . Đổi cận:  $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$ ;  $x = \sqrt{3} \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}$

Ta có:  $S = 4 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 t dt = 4 \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{1 + \cos 2t}{2} \right) dt = 2 \left( t + \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} = 2 \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{\pi}{3}.$

32. Biết  $\int_0^1 \frac{x^2 + 6x + 4}{(x^2 + 1)(2x + 1)} dx = \frac{1}{a} \ln b + \frac{c\pi}{d}$  với  $a, b, c, d$  là các số nguyên dương,  $b < 5$ , phân số  $\frac{c}{d}$  tối giản.

Tính  $P = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ .

- A.**  $P = 38$ .      **B.**  $P = 42$ .      **C.**  $P = 40$ .      **D.**  $P = 36$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$I = \int_0^1 \frac{x^2 + 6x + 4}{(x^2 + 1)(2x + 1)} dx = \int_0^1 \frac{1}{2x + 1} dx + \int_0^1 \frac{3}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d(2x + 1)}{2x + 1} + 3I_1$$

$$I_1 = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = \frac{\pi}{4}, \quad t = \tan x$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \ln 3 + \frac{3\pi}{4} \Rightarrow a = 2, b = c = 3, d = 4 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 38$$

33. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật  $AB = a, AD = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$ ,  $(SAB) \perp (ABCD)$  và  $SA = SB = a$ . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$  là
- A.  $4\pi a^3$       B.  $\frac{4\pi}{3}a^3$       C.  $\frac{3\pi}{4}a^3$       D.  $3\pi a^3$

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $O$  là tâm của hình chữ nhật  $ABCD$

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow SM \perp AB \Rightarrow SM \perp (ABCD)$

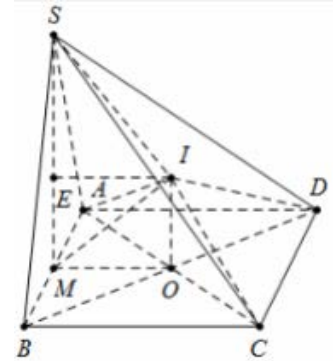
Gọi  $E$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle ABC \Rightarrow ME = \frac{1}{3}.SM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

Kẻ đường thẳng  $(d) \perp (ABCD)$  tại  $O$ , kẻ  $(\Delta) \perp (SAB)$  tại  $E$

Ta có  $(d) \cap (\Delta) = I \Rightarrow IA = IB = IC = ID = IS = R$

$\Rightarrow I$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$

Xét  $\triangle SEI$  vuông tại  $O$  có  $R = SI = \sqrt{SE^2 + EI^2} = a \Rightarrow V = \frac{4\pi a^3}{3}$



34. Có bao nhiêu giá trị nguyên nhỏ hơn hoặc bằng 9 của tham số  $m$  để phương trình

$$4^{x^2-2x+1} - m.2^{x^2-2x+2} + 3m - 2 = 0 \text{ có bốn nghiệm phân biệt.}$$

A. 10.

B. 8

C. 6

D. 7

**Lời giải:**

**Chọn D.**

Đặt  $t = 2^{(x-1)^2}$ , điều kiện  $t \geq 1$ . Phương trình trở thành  $t^2 - 2mt + 3m - 2 = 0$ . (\*)

Ta thấy cứ một nghiệm  $t > 1$  tương ứng cho hai nghiệm  $x$ .

Do đó phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt  $t_1 < t_2$  thỏa mãn  $1 < t_1 < t_2 \Rightarrow m > 2$ .

35. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cdot \cos x) = m \cdot \sin^2 x$  có đúng hai nghiệm  $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$  là  $(a; b]$ . Giá trị của  $a+b$  là:

A.  $-\frac{3}{2}$ .      B. 0.      C. -1.      D.  $\frac{5}{2}$

**Lời giải:**

**Chọn A**

$$(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cdot \cos x) = m \cdot \sin^2 x \Leftrightarrow (\cos x + 1)(\cos 2x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ \cos 2x = m(*) \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán tương đương với pt (\*) có hai nghiệm phân biệt  $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ . Suy ra  $m \in \left[-1; \frac{-1}{2}\right]$

$$\Rightarrow a = -1, b = \frac{-1}{2} \Rightarrow a + b = \frac{-3}{2}$$

36. Số giá trị  $m$  nguyên nhỏ hơn 5 để trên đoạn  $[-4; 4]$  hàm số  $y = \frac{(m+1)x}{x^2 + 4}$  đạt giá trị lớn nhất tại  $x = 2$  là:

A. 5.      B. 6      C. 7      D. 15.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$y' = \frac{(m+1)(4-x^2)}{(x^2+4)^2}$$

+) Nếu  $m = -1$  thì  $y = 0$  là hàm số không đổi nên  $\max y = 0$  với mọi  $x$  nên cũng thỏa mãn khi  $x=2$ .

+) Nếu  $m > -1$  lập bảng biến thiên thấy thỏa mãn yêu cầu.

+) Nếu  $m < -1$  lập bảng biến thiên thấy không thỏa mãn yêu cầu.

Vậy  $m \geq -1$  do đó có 6 giá trị  $m$  thỏa mãn.

**37.** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $\frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$ . Tính  $P = \frac{a}{b}$

**A.**  $P = \frac{3}{5}$ .

**B.**  $P = \frac{1}{5}$ .

**C.**  $P = 5$ .

**D.**  $P = -\frac{1}{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có  $\frac{|z|^2}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0 \Leftrightarrow \frac{\bar{z}}{z} + 2iz + \frac{2(z+i)}{1-i} = 0$

$$\Leftrightarrow a - bi + 2i(a + bi) + \frac{2(a + bi + i)(1 + i)}{2} = 0 \Leftrightarrow a - bi + 2ai - 2b + a + ai + bi - b + i - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = 1 \\ 3a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = -\frac{5}{9} \end{cases} \Rightarrow P = \frac{3}{5}$$

**38.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0;1\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{1}{x(x-1)}$ ,  $f(-1) + f(2) = 0$  và  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$ .

Giá trị biểu thức  $f(-2) + f\left(\frac{1}{4}\right) + f(3)$  bằng:

**A.**  $\ln 3 + 2$ .

**B.**  $\ln \frac{3}{2} + 2$ .

**C.**  $\ln \frac{2}{3} + 2$ .

**D.**  $\ln 2 + 3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có

$$f(x) = \int \frac{1}{x(x-1)} dx = \int \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \right) dx = \ln|x-1| - \ln|x| + C = \begin{cases} \ln(1-x) - \ln(-x) + C_1, & \forall x \in (-\infty; 0) \\ \ln(1-x) - \ln x + C_2, & \forall x \in (0; 1) \\ \ln(x-1) - \ln x + C_3, & \forall x \in (1; +\infty) \end{cases}$$

Trên khoảng  $(-\infty; 0)$ , ta có  $f(-1) = \ln 2 + C_1$ .

Trên khoảng  $(0; 1)$ , ta có  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \Leftrightarrow \ln \frac{1}{2} - \ln \frac{1}{2} + C_2 = 2 \Leftrightarrow C_2 = 2$ .

Do đó  $f(x) = \ln(1-x) - \ln x + 2$ . Suy ra  $f\left(\frac{1}{4}\right) = \ln \frac{3}{4} - \ln \frac{1}{4} + 2$ .

Trên khoảng  $(1; +\infty)$ , ta có  $f(2) = -\ln 2 + C_3$ .

Lại có  $f(-1) + f(2) = 0 \Leftrightarrow \ln 2 + C_1 - \ln 2 + C_3 = 0 \Leftrightarrow C_1 + C_3 = 0$ .

Khi đó

$$f(-2) + f\left(\frac{1}{4}\right) + f(3) = (\ln 3 - \ln 2 + C_1) + \left(\ln \frac{3}{4} - \ln \frac{1}{4} + C_2\right) + (\ln 2 - \ln 3 + C_3) = \ln 3 + C_1 + C_2 + C_3 = \ln 3 + 2.$$



39. Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có đồ thị (C),  $I(1;2)$ . Tiếp tuyến  $\Delta$  của (C) cắt hai đường thẳng tiệm cận của đồ thị (C) lần lượt tại A và B sao cho chu vi tam giác IAB đạt giá trị nhỏ nhất (hoành độ tiếp điểm  $> 0$ ). Khoảng cách từ gốc tọa độ đến tiếp tuyến  $\Delta$  gần giá trị nào nhất?
- A. 6.                      **B. 5.**                      C. 3.                      D. 4.D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$y' = \frac{-3}{(x-1)^2}, M_0(x_0; y_0) \in (C) (x_0 \neq 1)$$

Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm  $M_0$  là:

$$y = \frac{-3}{(x_0-1)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0+1}{x_0-1}$$

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với hai đường tiệm cận  $x=1, y=2$  của (C) thì

$$A(1; \frac{2x_0+4}{x_0-1}), B(2x_0-1; 2).$$

Chu vi của tam giác IAB là

$$AB + IA + IB = \sqrt{4(x_0-1)^2 + \frac{36}{(x_0-1)^2}} + \frac{6}{|x_0-1|} + 2|x_0-1| \geq 2\sqrt{4 \cdot 36} + 2\sqrt{6 \cdot 2} = 8\sqrt{3}.$$

(Theo bất đẳng thức côsi)

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \frac{36}{(x_0-1)^2} = 4(x_0-1)^2 \Leftrightarrow x_0 = 1 \pm \sqrt{3} \Rightarrow x_0 = 1 + \sqrt{3}$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm } M_0 \text{ là: } y = -x + 3 + 2\sqrt{3} \Rightarrow d(O; d) = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \approx 4,6$$

40. Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$  có đồ thị (C) như hình vẽ. Gọi  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ . Số nghiệm của phương trình  $[f(x)]^3 - 6[f(x)]^2 + 9f(x) - 3 = 0$  là:
- A. 4                      **B. 5**                      C. 2

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Đặt } [f(x)]^3 - 6[f(x)]^2 + 9f(x) - 3 = 0 \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow -\frac{1}{3}[f(x)]^3 + 2[f(x)]^2 - 3f(x) + 1 = 0.$$

$$\text{Đặt } g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1, \text{ ta có: } (1) \Leftrightarrow g(f(x)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(m) = 0 \\ m = f(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(m) = 0 \quad (2) \\ -\frac{m}{3} = g(x) \quad (3). \end{cases}$$

Số nghiệm của (1) là số nghiệm của (3), với  $m$  nhận tất cả các giá trị thỏa mãn (2).

Từ đồ thị (C), suy ra (2) có 3 nghiệm  $m$ , thỏa mãn:  $0 < m < 1$ ,  $1 < m < 3$  và  $3 < m < 4$ .

Cũng từ (C), ta có:

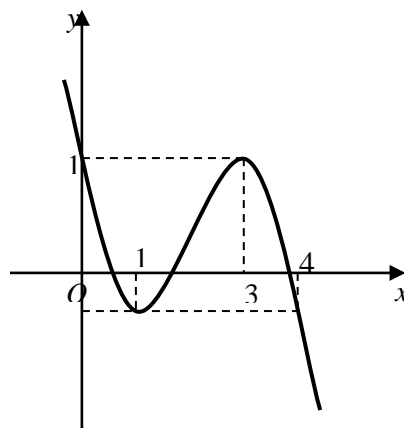
+ Nếu  $0 < m < 1$  hay  $-\frac{1}{3} < -\frac{m}{3} < 0$  thì (3) có 3 nghiệm phân biệt.

+ Nếu  $1 < m < 3$  hay  $-1 < -\frac{m}{3} < -\frac{1}{3}$  thì (3) có đúng 1 nghiệm.

+ Nếu  $3 < m < 4$  hay  $-\frac{4}{3} < -\frac{m}{3} < -1$  thì (3) có đúng 1 nghiệm.

Rõ ràng, các nghiệm của (3) trong 3 trường hợp trên là đôi một khác nhau.

Do đó (1) có đúng 5 nghiệm.



41. Trong không gian  $Oxyz$ , Cho 3 đường thẳng  $d_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ ,

$d_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$ ,  $d_3 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ . Mặt phẳng (P) chứa  $d_3$  và cắt  $d_1, d_2$  tại hai điểm phân biệt

A, B sao cho đoạn thẳng AB ngắn nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm

A. (1;-3;3) B. (2;1;-4) C. (0;5;-2) D. (7;-2;-4)

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ giả thiết đã cho chỉ ra được :  $(d_1), (d_2)$  chéo nhau

Giả sử MN là đoạn vuông góc chung với  $M(t+2; t+2; -t) \in (d_1), N(t'+2; 2t'-1; -3t') \in (d_2)$

$$\text{Từ } \begin{cases} \overrightarrow{u_{d_1}} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ \overrightarrow{u_{d_2}} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \Rightarrow M(1; 1; 1) \\ t' = 0 \Rightarrow N(2; -1; 0) \end{cases}$$

Hơn nữa :  $\begin{cases} \overrightarrow{u_{d_1}} \cdot \overrightarrow{u_{d_3}} = 0 \\ \overrightarrow{u_{d_2}} \cdot \overrightarrow{u_{d_3}} = 0 \end{cases}$ . Vậy  $(d_3)$  vuông góc với  $(d_1), (d_2)$

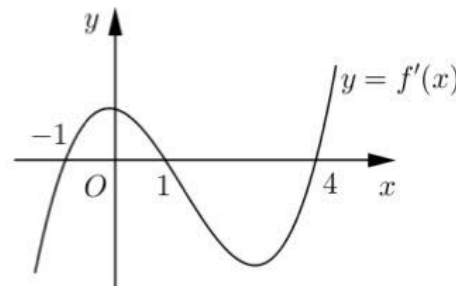
Từ đó để AB ngắn nhất thì mặt phẳng (P) đi qua MN.

Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa  $(d_3)$  và MN.

Lấy  $D(2; 1; -1) \in d_3$  Ta có :  $\overrightarrow{n_p} = [\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{u_{d_3}}] = (4; 1; 2)$

Phương trình (P) :  $4x + y + 2z - 7 = 0 \Rightarrow (1; -3; 3) \in (P)$

42. Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $y = f(x^2 + 1)$  có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có :  $(f(x^2 + 1))' = (x^2)' \cdot f'(x^2 + 1) = 2xf'(x^2 + 1)$

$$\text{Ta có : } (f(x^2 + 1))' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'(x^2 + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = -1 \\ x^2 + 1 = 1 \\ x^2 + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 0 (\text{ngheem kep}) \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

43. Tứ diện ABCD có  $\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 90^\circ$ ,  $\widehat{CAD} = 120^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $AC = 4$ ,  $AD = 6$  có thể tích là

A.  $4\sqrt{2}$ .

B. 64.

C.  $8\sqrt{2}$ .

D.  $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Lấy điểm M, N lần lượt thuộc cạnh AC và AD sao cho  $AB = AM = AN = 2$

Suy ra hình chiếu H của A trên (BMN) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BMN.

Ta có  $BM = \frac{1}{2}AC = 2$ ,  $MN = 2\sqrt{3}$ ,  $BN = 2\sqrt{2}$ . Suy ra tam giác BMN vuông tại B. Điểm H là trung điểm

của MN và  $AH=1 \Rightarrow V_{ABMN} = \frac{1}{3}.AH.S_{BMN} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow V_{ABCD} = 6.V_{ABMN} = 4\sqrt{2}$ .

44. Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\log_2 u_1^2 - \sqrt{\log_2 u_1 + 1} = 4$  và  $u_{n+1} = u_n + \left(\frac{1}{2}\right)^n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ . Tổng các giá trị

của  $n$  để  $u_n < \frac{899}{100}$  bằng

- A. 28. B. 21. C. 36. D. 45.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$u_{n+1} = u_n + \left(\frac{1}{2}\right)^n \Leftrightarrow u_{n+1} = (u_{n+1} - u_n) + (u_n - u_{n-1}) + \dots + (u_2 - u_1) + u_1$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + u_1 = 1 - \frac{1}{2^n} + u_1$$

$$\text{Xét } \log_2 u_1^2 - \sqrt{\log_2 u_1 + 1} = 4 \Leftrightarrow 2\log_2 u_1 - \sqrt{\log_2 u_1 + 1} - 4 = 0$$

$$\text{Đặt } \sqrt{\log_2 u_1 + 1} = t \quad (t \geq 0), \text{ ta có phương trình: } 2t^2 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases} (L) \Rightarrow u_1 = 8.$$

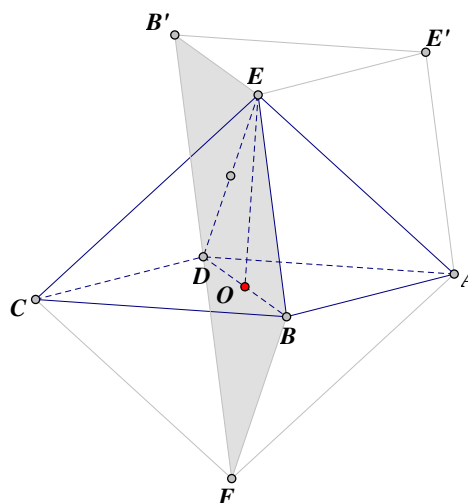
$$\text{Ta có: } u_n = 9 - \frac{1}{2^{n-1}} < \frac{899}{100} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} > \frac{1}{100} \Leftrightarrow n-1 < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{100} \approx 6,6 \Rightarrow n < 7,7$$

Mà  $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$  nên tổng các giá trị thỏa mãn là 28.

45. Cho bát diện đều  $ABCDEF$  có cạnh bằng 1. Dựng điểm  $E'$  sao cho  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EE'}$ ,  $B'$  là điểm đối xứng với B qua trung điểm của cạnh DE. Thể tích của khối đa diện  $BFB'E'E'A$  bằng.

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$ . B.  $\sqrt{2}$ . C.  $\frac{\sqrt{2}}{12}$ . D.  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ .

**Lời giải**



**Chọn A**

Khối đa diện  $BFB'E'E'A$  được chia thành một khối chóp  $F.ABD$  và một khối lăng trụ  $ABD.E'EB'$  ( $ABD.E'EB'$  là khối lăng trụ vì theo cách dựng hình ta có  $BE \parallel AE' \parallel DB'$  và  $(ABD) \parallel (E'EB')$ )

$$\text{- Thể tích khối chóp } F.ABD: V_{F.ABD} = \frac{1}{3}FO.\frac{1}{2} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

$$\text{-Thể tích khối lăng trụ } ABD.E'EB': V_{ABD.E'EB'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Vậy } V_{BFDB'.EE'A} = V_{F.ABD} + V_{ABD.E'EB'} = \frac{\sqrt{2}}{12} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{4\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

46. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng(P) có phương trình

$2mx + (m^2 + 1)y + (m^2 - 1)z - 10 = 0$  và điểm  $A(2; 1; -5)$ . Biết khi m thay đổi tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với (P) và cùng đi qua A. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó là:

**A.**  $4\sqrt{2}$    **B.**  $5\sqrt{3}$    **C.**  $6\sqrt{3}$    **D.**  $12\sqrt{2}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $I(a; b; c)$  là tâm mặt cầu thỏa mãn yêu cầu. Bán kính mặt cầu  $R = IA = \sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2 + (c+5)^2}$

$$d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2ma + (m^2 + 1)b + (m^2 - 1)c - 10|}{\sqrt{4m^2 + (m^2 + 1)^2 + (m^2 - 1)^2}} = R \Leftrightarrow \frac{|(b+c)m^2 + 2am + b - c - 10|}{\sqrt{2(m^4 + 2m^2 + 1)}} = R$$

$$|(b+c)m^2 + 2am + b - c - 10| = \sqrt{2}R(m^2 + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} (b+c)m^2 + 2am + b - c - 10 = \sqrt{2}R(m^2 + 1) \quad \forall m(1) \\ (b+c)m^2 + 2am + b - c - 10 = -\sqrt{2}R(m^2 + 1) \quad \forall m(2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} b+c = \sqrt{2}R \\ 2a = 0 \\ b-c-10 = \sqrt{2}R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0, b=9, c=-5, R=2\sqrt{2} \\ a=0, b=25, c=-5, R=10\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow R_1 + R_2 = 12\sqrt{2}.$$

(2) vô nghiệm.

47. Cho các số phức  $z_1 = 1$ ,  $z_2 = 2 - 3i$  và số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 1 - i| + |z - 3 + i| = 2\sqrt{2}$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ . Tính tổng  $S = M + m$ ?

$$\text{A. } S = 5 - \sqrt{17}.$$

$$\text{B. } S = 5 + \sqrt{17}.$$

$$\text{C. } S = 1 + \sqrt{10} + \sqrt{17}.$$

$$\text{D. } S = \sqrt{10} + 2\sqrt{5}.$$

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $A(1; 0)$ ,  $B(2; -3)$  lần lượt là điểm biểu diễn của số phức  $z_1, z_2$ .

Gọi  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ) và  $E(x; y)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$ .

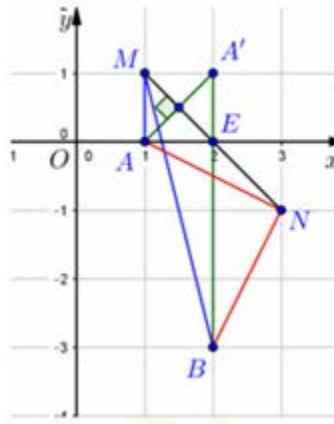
Suy ra  $P = |z - z_1| + |z - z_2| = EA + EB$ .

$$\text{Mặt khác } |z - 1 - i| + |z - 3 + i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + (y+1)^2} = 2\sqrt{2}, (*)$$

$$\text{Gọi } M(1; 1), N(3; -1) \xRightarrow{(*)} EM + EN = 2\sqrt{2} = MN \Rightarrow E \text{ thuộc đoạn } MN.$$

Ta có phương trình đường thẳng  $MN: x + y - 2 = 0$ , với  $x \in [1; 3]$ .

Vậy bài toán được phát biểu lại dưới dạng hình học như sau: Cho  $E$  thuộc đoạn  $MN$ . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất  $P = EA + EB$ .



Ta có:  $(-1)(-3) = 3 > 0 \Rightarrow A, B$  nằm cùng phía với đoạn thẳng  $MN$ . Gọi  $A'$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $MN \Rightarrow A'(2;1)$ . Khi đó  $EA + EB = EA' + EB \geq A'B = 4 \Rightarrow \min P = 4$ , dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $x = 2$ .

Và  $P$  đạt giá trị lớn nhất khi  $E$  trùng với  $M$  hoặc  $N$ .

Ta thấy  $MA + MB > NA + NB \Rightarrow \max P = MA + MB = 1 + \sqrt{17}$ .

Vậy suy ra  $\begin{cases} M = \max P = 1 + \sqrt{17} \\ m = \min P = 4 \end{cases} \Rightarrow S = M + m = 5 + \sqrt{17}$ .

Chú ý : Có thể tính  $P$  theo biến  $x$  với  $E(x; 2-x)$  suy ra  $P = \sqrt{(x-1)^2 + (x-2)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (x-5)^2} (x \in [1;3])$

Xét hàm số biến  $x$  tìm được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của  $P$

48. Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $B'C'$ , biết  $AB' \perp A'M$  và  $AB' = AM$ . Cạnh bên  $AA'$  tạo với đáy một góc bằng  $60^\circ$ . Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng  $(BCC'B')$  và  $(A'B'C')$ .

- A.  $\frac{\sqrt{13}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\sqrt{3}$       D.  $\frac{\sqrt{13}}{8}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì tam giác  $A'B'C'$  đều nên  $A'M \perp B'C' \Rightarrow A'M \perp (AB'C') \Rightarrow (AB'C') \perp (A'B'C')$

Gọi  $H$  là trung điểm của  $B'M$ , vì tam giác  $AB'M$  cân tại  $A$  nên  $AH \perp B'C' \Rightarrow AH \perp (A'B'C')$

Suy ra góc giữa  $AA'$  và  $(A'B'C')$  bằng  $\widehat{AA'H} = 60^\circ \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{13}}{4} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{39}}{4}$

Do  $(ABC) // (A'B'C')$  nên góc giữa hai mặt phẳng  $(BCC'B')$  và  $(A'B'C')$  bằng góc giữa hai mặt phẳng  $(BCC'B')$  và  $(ABC)$ .

Gọi  $N$  là trung điểm của  $BC$  suy ra  $BC \perp (AHN) \Rightarrow ((ABC), (BCC'B')) = \widehat{ANH} = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{AH}{AN} = \frac{\sqrt{13}}{2}$ .

49. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 lập số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Tính xác suất để số được lập chia hết cho 1111.

- A.  $\frac{1}{105}$       B.  $\frac{1}{210}$       C.  $\frac{3}{105}$       D.  $\frac{11}{126}$

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi số cần lập chia hết 1111 có dạng  $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}$

Ta thấy rằng  $1+2+3+4+5+6+7+8 = 36:9 \Rightarrow \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}:9 \Rightarrow \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}:9999$

Lại có  $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8} = 10^4 \cdot \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} = 9999 \cdot \overline{a_1a_2a_3a_4} + (\overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8})$   
 suy ra  $(\overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8}) : 9999$ .

Mặt khác

$$0 < \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} < 2.9999 \Rightarrow \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} = 9999 \Rightarrow (a_1 + a_5) = (a_2 + a_6) \\ = (a_3 + a_7) = (a_4 + a_8) = 9$$

Như vậy các cặp  $(a_1; a_5), (a_2; a_6), (a_3; a_7), (a_4; a_8)$  được lấy từ các bộ (1;8), (2;7), (3,6), (4;5).

Ta có 4! cách xếp vị trí cho 4 bộ số trên, mỗi vị trí của 1 bộ số đó thì có 2! cách đổi vị trí cho 2 chữ số tương ứng đó (chẳng hạn bộ (1;8) có 2! Cách đổi vị trí cho 1 với 8 và ngược lại). Như vậy có cả thảy  $4!.2^4 =$  số thỏa mãn.

Vậy xác suất để số được lập chia hết cho 1111 là  $\frac{4!.2^4}{8!} = \frac{1}{105}$

**50.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[0;1]$  thỏa mãn  $f(1)=0, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{3}{2} - 2\ln 2$  và

$\int_0^1 \frac{f(x)}{(x+1)^2} dx = 2\ln 2 - \frac{3}{2}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

**A.**  $\frac{1-2\ln 2}{2}$

**B.**  $\frac{3-2\ln 2}{2}$

**C.**  $\frac{3-4\ln 2}{2}$

**D.**  $\frac{1-\ln 2}{2}$

**Lời giải:**

**Chọn A**

Ta có:  $\int_0^1 \frac{f(x)}{(x+1)^2} dx = \int_0^1 f(x) d\left(1 - \frac{1}{x+1}\right) = \left[\left(1 - \frac{1}{x+1}\right)f(x)\right]_0^1 - \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)f'(x) dx.$

Suy ra  $\int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)f'(x) dx = \frac{3}{2} - 2\ln 2$ . Hơn nữa ta tính được:

$$\int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)^2 dx = \int_0^1 \left(1 - 2\frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}\right) dx = \left[x - 2\ln|x+1| - \frac{1}{(x+1)}\right]_0^1 = \frac{3}{2} - 2\ln 2.$$

Do đó  $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx - 2\int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)f'(x) dx + \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)^2 dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 \left[f'(x) + \frac{1}{x+1} - 1\right]^2 dx = 0.$

Suy ra  $f'(x) = 1 - \frac{1}{x+1}$ , do đó  $f(x) = x - \ln(x+1) + C$ . Vì  $f(1) = 0$  nên  $C = \ln 2 - 1$ .

Ta được  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left[x - \ln(x+1) + \ln 2 - 1\right] dx = \frac{1}{2} - \ln 2.$

-----Hết-----